Guía Álgebra Lineal
Transformaciones Lineales

1. Determine si las afirmaciones siguientes son *Verdaderas* o *Falsas*.

1.1) La función $T: U \to W$ donde $dim(U) = dim(W) = 3$ es una transformación lineal biyectiva. $R: F$

1.2) La función $\boldsymbol{T : IR^2 \to IR^3}$ definida por $T(x, y) = (x, 2y, 3)$ es una transformación lineal. $R: F$

1.3) El espacio vectorial $\boldsymbol{U = \{(x, y, x) \in IR^3 : x + y = 0\}}$ es isomorfo a $\boldsymbol{IR^2}$. $R: V$

1.4) Sean U y W espacios vectoriales tal que $dim(U) \neq dim(W)$, entonces existe $T: U \to W$ tal que T sea un isomorfismo. $R: F$

1.5) Existe una transformación lineal $\boldsymbol{T : IR^3 \to IR_2[x]}$ que es biyectiva. $R: V$

1.6) Sea $\boldsymbol{T : IR^2 \to IR}$, $B_1 = \{(1,2);(2,1)\}$ base de $\boldsymbol{IR^2}$ y $B_2 = \{1\}$ base de IR. Si $[T]_{B_1}^{B_2} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ entonces $T(x, y) = (x + 2y)$. $R: F$

2. Sea $\boldsymbol{U = \{(x, y, x) \in IR^3 : x + y + z = 0\}}$ y $B = \{(-1,0,1);(-1,3,-2)\}$ una base para U. Si $u = (2,-1,-1) \in U$.

2.1) Determinar las coordenadas de u respecto de B. $R: (-5/3, -1/3)$

2.2) Determinar las coordenadas de u respecto de la base B_1, dada por $B_1 = \{(1,1,0);(0,1,1);(2,0,1)\}$. $R: (2/3, -5/3, 2/3)$

3. Sean B, B_1, B_2 bases de $\boldsymbol{IR^3}$ tales que $B = \{(1,1,1);(1,-2,0);(0,1,-6)\}$ y $B_1 = \{(1,-2,-19);(4,-1,15);(1,5,-23)\}$.

3.1) Determinar $[id]_{B_1}^{B}$. $R: [id]_{B_1}^{B} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

3.2) Determinar la base B_2, si $[id]_{B}^{B_2} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

$R: B_2 = \{(1/7, 15/7, -26/7);(2/7, -5/7, 25/7);(2/7, 2/7, -17/7)\}$

3.3) Determinar $[(1,-1,2)]_{B_2}$. $R: [(1,-1,2)]_{B_2} = \begin{bmatrix} -3/19 \\ 32/19 \\ 36/19 \end{bmatrix}$

3.4) Determinar, si es posible, $\boldsymbol{v \in IR^3}$ de modo que $[v]_{B_1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

$R: v = (7, 0, -46)$

Profesoras: Elisabeth Ramos.
Soledad Baquedano.

4. Demuestre que T es una transformación lineal, si $T : IR_2[x] \to M_2(IR)$ está definida por $T\left(ax^2+bx+c\right)=\begin{bmatrix} a & b+a \\ a+c & c-b \end{bmatrix}$.

5. Sea $T : IR_2[x] \to IR_2(x)$ tal que $T\left(x^2+x+1\right)=x^2+2$, $T\left(x^2+1\right)=x+1$ y $T\left(x+1\right)=x^2+1$.

   5.1) Determinar, si es posible, $T\left(ax^2+bx+c\right)$ para todo $ax^2+bx+c \in IR_2[x]$. $R: T\left(ax^2+bx+c\right)=bx^2+\left(c-b\right)x+\left(a+b\right)$

   5.2) Sea $T\left(ax^2+bx+c\right)=\left(k^2-4\right)x^2+\left(k+2\right)x$. Determinar, si es posible, $k \in IR$ de modo $ax^2+bx+c \in Ker\left(T\right)$. $R: k=-2$

6. Sea $T : M_2(IR) \to IR_2[x]$ una transformación lineal definida por $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right)=\left(a+b\right)x^2+\left(b-c\right)x+\left(a+c+d\right)$.

   6.1) Determinar una base para $Ker\left(T\right)$. $R: B=\left\{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

   6.2) Determinar una base para $Im\left(T\right)$.
   $R: B' = \left\{x^2, x, 1\right\}$ **base canónica de** $IR_2[x]$

   6.3) ¿Es T inyectiva? $R:$ No es inyectiva.

   6.4) ¿Es T epiyectiva? $R:$ No es epiyectiva.

7. Sean U y W espacios vectoriales sobre IR tal que donde $B_1=\left\{u_1, u_2, u_3\right\}$ y $B_2=\left\{w_1, w_2, w_3\right\}$ son bases de U y W respectivamente. Si $T: U \to W$ es una transformación lineal definida por $T\left(u_1\right)=w_1+w_2-w_3$, $T\left(u_2\right)=w_1+w_3$ y $T\left(u_3\right)=2w_1+w_2$.

   7.1) Determinar, si es posible, $T\left(u\right)$ para todo $u \in U$.
   $R:$ Si $u=\alpha u_1+\beta u_2+\gamma u_3$ entonces $T\left(u\right)=\left(\alpha+\beta+2\gamma\right)u_1+\left(\alpha+\gamma\right)u_2+\left(\beta-\alpha\right)u_3$

   7.2) Determinar $Ker\left(T\right)$ y $Nul\left(T\right)$. $R: Ker\left(T\right)=\left\langle u_1+u_2-u_3\right\rangle$ y $Nul\left(T\right)=1$

   7.3) Determinar $Im\left(T\right)$ y $Rg\left(T\right)$. $R: Im\left(T\right)=\left\langle w_1+w_3, 2w_1+w_2\right\rangle$ y $Rg\left(T\right)=2$

   7.4) Determinar si T es un isomorfismo. Justificar. $R:$ No, pues no es biyectiva.

Profesoras: Elisabeth Ramos.
Soledad Baquedano.